

---

## E 103

---

# Lognormalfördelning

---

Att använda säkerhetslager innebär att en extra kvantitet planeras hållas i lager utöver vad som förväntas förbrukas under återanskaffningstiden. Denna extra kvantitet är avsedd att täcka upp osäkerheter i efterfrågan. Om man vill beräkna lämplig säkerhetslagerkvantitet med utgångspunkt från en målsatt servicenivå eller en bristkostnadsuppskattning krävs information om hur stor denna osäkerhet är i form av hur mycket efterfrågan varierar alternativt hur prognosfelet varierar under återanskaffningstiden. För att kunna göra beräkningarna måste därför efterfrågevariationerna alternativt prognosfelvariationerna kunna specificeras. Oftast görs detta genom att anta att de följer någon form av standardfördelning. I den här handboksdelen beskrivs den lognormala fördelningen.

## 1 Beskrivning och karakteristik

Den lognormala fördelningen är en statistisk fördelning för vilken variabelns logaritm är normalfördelad. I motsats till normalfördelningen är den osymmetrisk kring sitt medelvärde, dvs. det finns fler efterfrågevärden som är större än medelefterfrågan än som är mindre. Den är med andra ord snedfördelad åt större efterfrågevärden. Fördelningen kan inte ge upphov till negativa efterfrågevärden.

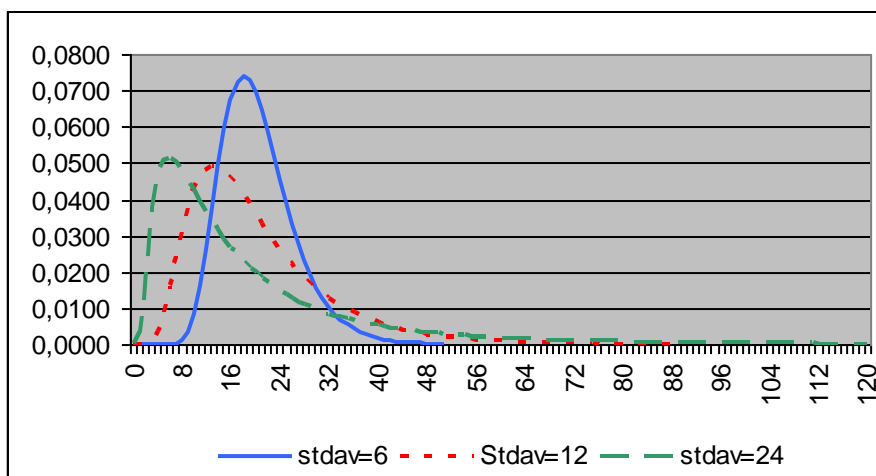
Lognormalfördelningen är en kontinuerlig fördelning medan verklighetens efterfrågefördelningar är diskreta. Detta innebär att efterfrågan under ledtid enligt lognormalfördelningen inte behöver vara ett helt tal. Är efterfrågan någorlunda stor är detta inte något praktiskt problem. Avrundningen av beräknade beställningspunkter till hela tal ger försumbara fel. Är efterfrågan däremot liten blir approximationen inte helt försumbar.

Lognormalfördelningen är uppdelningsbar. Det innebär att om efterfrågan per period är lognormalfördelad så är också efterfrågan under ledtid i antal perioder lognormalfördelad.

Formen på lognormalfördelningen är bestämd av två parametrar,  $a$  och  $b$ , som utgör fördelningens medelvärde och standardavvikelse. De kan beräknas från efterfrågans medelvärde  $\bar{E}$  och standardavvikelse  $\sigma$  under ledtid med hjälp av följande formler.

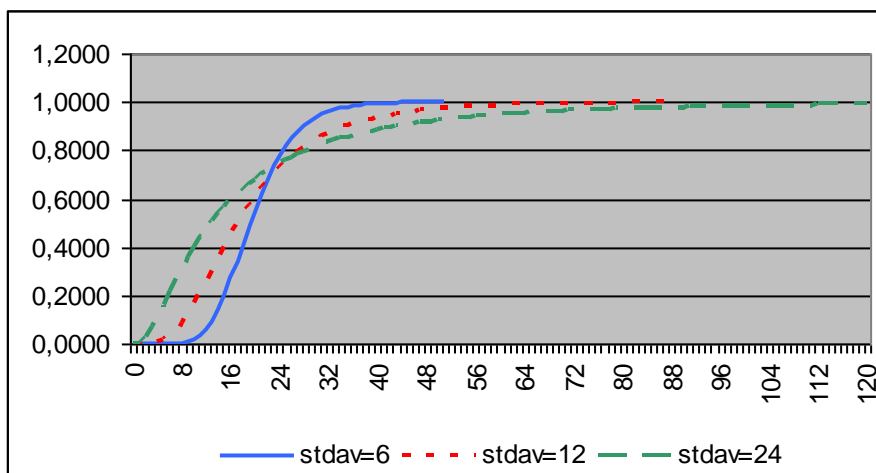
$$a = \ln(\mu) - 0,5 \cdot \ln\left[1 + \frac{s^2}{\mu^2}\right] \quad \text{och} \quad b = \sqrt{\ln\left[\frac{s^2}{\mu^2} + 1\right]}$$

I nedanstående figurer visas lognormalfördelningens frekvensfunktion och dess kumulativa fördelningsfunktion för fallet att medelefterfrågan under ledtid är 20 stycken och standardavvikelsen 6, 12 respektive 24. Som framgår av figur 1 blir fördelningen mer normalfördelningslik ju mindre standardavvikelsen är.



Figur 1 Utseende på lognormalfördelningens frekvensfunktion vid olika stora standardavvikelser

Den kumulativa lognormalfördelningen avser sannolikheten att efterfrågan under ledtid är mindre än ett viss värde. Exempelvis är sannolikheten att efterfrågan är mindre än 50 cirka 92 % vid en standardavvikelse på 24 stycken enligt figur 2.



Figur 2 Utseende på den kumulativa lognormalfördelningsfunktionen vid olika stora standardavvikelser

## 2 Beräkningar med hjälp av Excel

I Excel finns två olika funktioner som hjälpmedel under flik ”Infoga funktion” för användning av lognormalfördelningen vid säkerhetslagerberäkning. Med hjälp av den ena funktionen beräknas sannolikheten att efterfrågan är mindre än eller lika med ett visst värde.

LOGNORMFÖRD( $e, a, b$ ) där  $e$  är lika med valt efterfrågevärde, samt  $a$  och  $b$  lika med de ovan nämnda parametrarna. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion sannolikheten att efterfrågan är mindre än 50 vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med cirka 92 %. Vid lagerstyrningstillämpning motsvarar efterfrågevärdet beställningspunkten och den beräknade sannolikheten erhållen cykelservice.

Med hjälp av den andra funktionen beräknas det efterfrågevärde som motsvaras av en viss given sannolikhet att inte överskridas

LOGINV( $p, a, b$ ) där  $p$  är lika med sannolikheten att det sökta efterfrågevärdet motsvarande beställningspunkten inte överskrids, dvs cykelservicenivån samt  $a$  och  $b$  lika med de ovan nämnda parametrarna. Exempelvis blir med hjälp av denna Excelfunktion det sökta efterfrågevärdet med en sannolikhet på 92 % vid en standardavvikelse på 24 stycken i ovanstående exempel lika med cirka 50 stycken.

## 3 Kriterier för val av lognormal fördelning

Att låta en standardfördelning representera en verklig efterfrågefördelning innebär alltid en approximation och olika standardfördelningar är mer eller mindre lämpliga att använda. Jämförande analyser har visat att lognormalfördelningen i motsats till normalfördelningen i princip alltid ger ett något högre säkerhetslager än vad den verkliga fördelningen skulle ge med utgångspunkt från en given servicenivå (Mattsson, 2010). Skillnaderna blir större ju större variationskoefficienten är. Erhållen servicenivå blir därmed också något högre än motsvarande för normalfördelningen.

En fördel med lognormalfördelningen jämfört med normalfördelningen är att den inte medför några problem med negativa efterfrågevärden. Den anpassar dessutom sin form efter hur efterfrågekaraktistiken ser ut till att vara snedfördelad mot höga efterfrågevärden med högre variationskoefficienter och till att vara nära symmetrisk och normalfördelningsliknande vid lägre variationskoefficienter. Den kan därmed betraktas som mer generellt användbar än normalfördelningen.

Statistiska hjälpmedel finns för att testa i vilken utsträckning en fördelning är gammafördelad, exempelvis Chi-square test och Kolmogorov-Smirnovs test.

## Referenslitteratur

Das, C. (1983) Inventory control for lognormal demand, Computing and Operations Research, Vol. 10 No. 3, sid 267.

Fortuin, L. (1980) Five popular probability density functions: A comparison in the field of stock-control models, Journal of the Operational Research Society, Vol. 31, sid 937.

Mattsson, S-A. (2010) Demand distributions for inventory management, Forskningsrapport, Logistik och Transport, Chalmers Tekniska Högskola.

Tadikamalla, P. (1984) A comparison of several approximations to the lead time demand distribution, Omega, Vol.12 No. 6, sid 575.